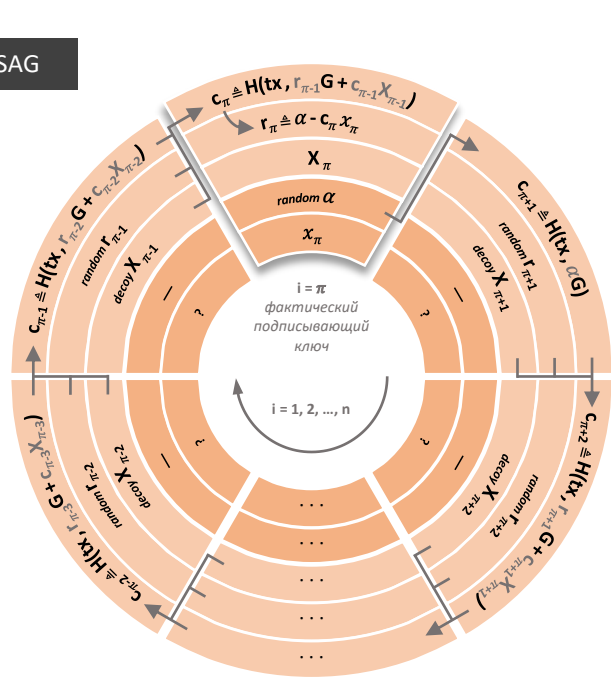




SAG

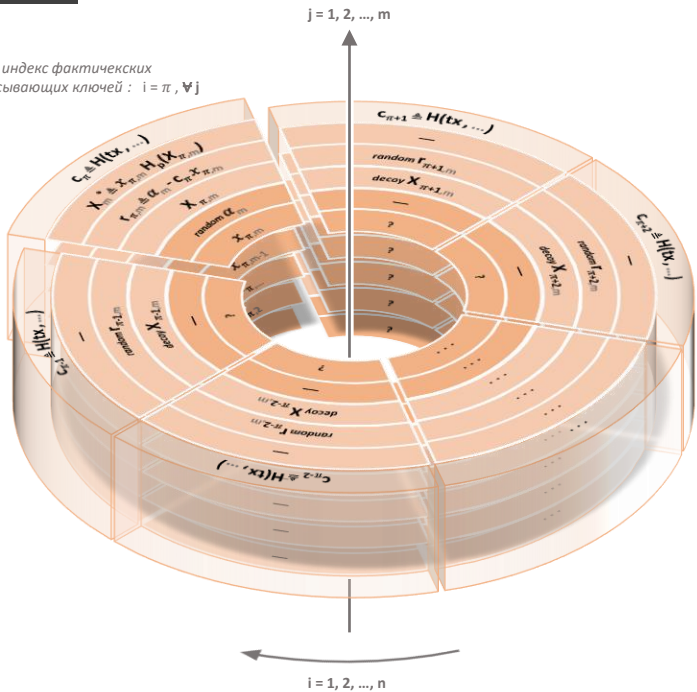


$$c_2 = H(tx, r_1G + c_1X_1) \quad c_3 = H(tx, r_2G + c_2X_2) \quad \dots \quad c_n = H(tx, r_{n-1}G + c_{n-1}X_{n-1}) \quad H(tx, r_nG + c_nX_n) \stackrel{?}{=} c_1$$

$$f(X_i, tx, c_1, r_i)$$

MLSAG

индекс фактических подписывающих ключей: $i = \pi, \forall j$

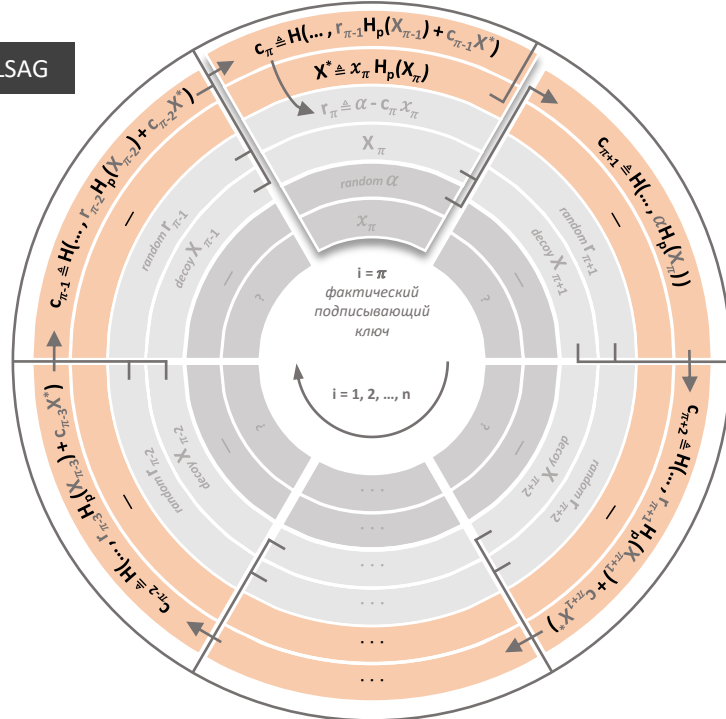


$$c_{\pi+1} \triangleq H(tx, \alpha_m G, \alpha_m H_p(X_{\pi,m}), \alpha_1 G, \alpha_1 H_p(X_{\pi,1}))$$

$$c_i \triangleq H(tx, r_{i-1,m}G + c_{i-1,m}X_{i-1,m}, r_{i-1,m}H_p(X_{i-1,m}) + c_{i-1,m}X_m^*, r_{i-1,1}G + c_{i-1,1}X_{i-1,1}, r_{i-1,1}H_p(X_{i-1,1}) + c_{i-1,1}X_1^*)$$

$$f(X_{i,j}, tx, c_1, r_i, X_j^*) \begin{cases} X_j^* \text{ никогда ранее не было в блокчейне?} \\ l X_j^* \stackrel{?}{=} 0 \\ H(tx, r_{n,1}G + c_n X_{n,1}, r_{n,1}H_p(X_{n,1}) + c_n X_1^*, \dots, r_{n,m}G + c_n X_{n,m}, r_{n,m}H_p(X_{n,m}) + c_n X_m^*) \stackrel{?}{=} c_1 \end{cases}$$

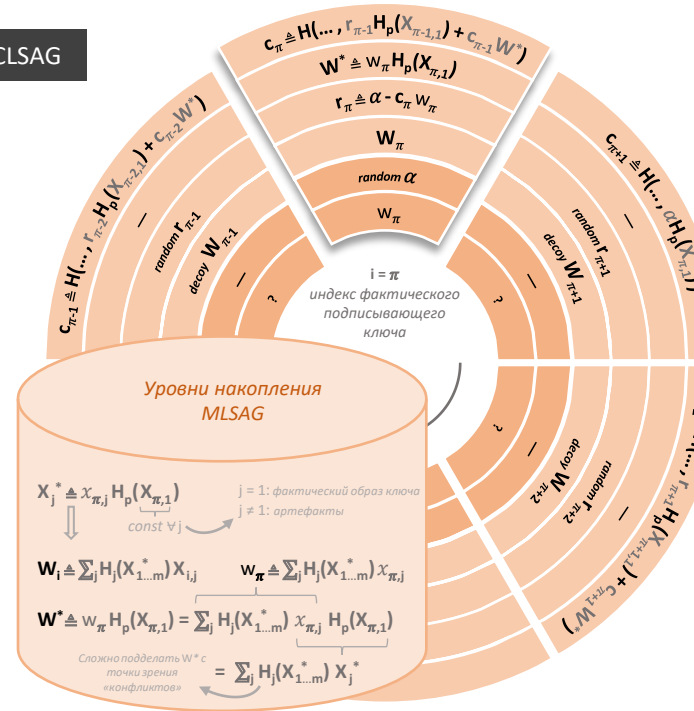
bLSAG



$$c_{\pi+1} \triangleq H(tx, \alpha G, \alpha H_p(X_\pi)) \quad c_i \triangleq H(tx, r_{i-1}G + c_{i-1}X_{i-1}, r_{i-1}H_p(X_{i-1}) + c_{i-1}X^*)$$

$$f(X_i, tx, c_1, r_i, X^*) \begin{cases} X^* \text{ никогда ранее не было в блокчейне?} \\ l X^* \stackrel{?}{=} 0 \\ H(tx, r_nG + c_n(tx, c_1, r_{i \neq n}, X_{i \neq n}), r_n H_p(X_n) + c_n(tx, c_1, r_{i \neq n}, X_{i \neq n}) X^*) \stackrel{?}{=} c_1 \end{cases}$$

CLSAG



$$c_{\pi+1} \triangleq H(tx, \alpha G, \alpha H_p(X_{\pi,1})) \quad c_i \triangleq H(tx, r_{i-1}G + c_{i-1}W_{i-1}, r_{i-1}H_p(X_{i-1,1}) + c_{i-1}W^*)$$

$$f(X_{i,j}, tx, c_1, r_i, X_j^*) \begin{cases} X_j^* \text{ никогда ранее не было в блокчейне?} \\ l X_j^* \stackrel{?}{=} 0 \\ H(tx, r_nG + c_n W_n(X_j^*, X_{n,j}), r_n H_p(X_{n,1}) + c_n W^*(X_j^*)) \stackrel{?}{=} c_1 \end{cases}$$

Вольные примечания по схемам колец

SAG (подпись спонтанной анонимной группы)

- значение индекса фактического подписанта (π) является случайным. В противном случае X_π можно было бы вывести на основе порядка параметров, содержащихся в подписи;
- запросы c_i строятся на основе элементов предыдущего уровня, а зависимости обозначены стрелками;
- окончательное определение r_π гарантирует, что зависимости, применяемые ко всем остальным c_i , по-прежнему будут применяться и к $c_{\pi+1}$ (даже если изначально будут вычислены на основе α), и запросы таким образом образуют замкнутую цепочку, кольцо: вот почему в подписи достаточно представить c_1 (это такой «сохранённый» одиночный запрос на свойство мультиподписи)

bLSAG (связываемая подпись SAG Бэка)

- bLSAG является схемой SAG, расширенной за счёт образа ключа X^* (чтобы исключить возможность двойной траты при сохранении анонимности, что обеспечивает при этом связываемость подписей), а также изменённых запросов c_i , позволяющих создать обязательство для этих образов ключей; $H_p(X_i)$ является тщательной выбираемой функцией, выдающей случайную точку в подгруппе базовых точек порядка, равного целому числу l на эллиптической кривой, и действующей в качестве генератора точки для образа ключа $X^* \triangleq x_n H_p(X_n)$

Несколько ПЛОХИХ генераторов образов ключей

$H_p(X_\pi) \triangleq \eta(X_\pi)G$
 $\Rightarrow X^* \triangleq x_\pi \eta(X_\pi)G = \eta(X_\pi)x_\pi G = \eta(X_\pi)X_\pi$
позволяет найти фактического подписанта после ряда попыток

$H_p(X_\pi) \triangleq G_2$
 $\Rightarrow X_1^* \triangleq x_{\pi,1}G_2 \quad X_2^* \triangleq x_{\pi,2}G_2$
 $\Rightarrow X_1^* - X_2^* = (x_{\pi,1} - x_{\pi,2})G_2$
предыдущий отправитель, переводящий средства $X_{\pi,1}$ и $X_{\pi,2}$ может вычислить значения в скобках (благодаря обмену в рамках алгоритма, подобного алгоритму Диффи-Хеллмана, на основе скрытых адресов), а следовательно, может воспользоваться эвристическим подходом, чтобы объединить будущие случаи использования $X_{\pi,1}$ и $X_{\pi,2}$

$H_p(X_\pi) \triangleq X_\pi + x_\pi G$
 $\Rightarrow X_1^* - X_2^* = (x_{\pi,1} - x_{\pi,2})G$
(как и в предыдущем случае, но с добавлением некоторых алгебраических выражений, а также необходимость в использовании G , чтобы избавиться от остаточного приватного ключа траты в пользу публичного)

- Проверка $lX^* = 0$ в рамках алгоритма верификации необходима, чтобы избежать двойной траты из-за «гибкости» образа ключа. В запросах мы имеем следующее: $c_i = H(\dots, c_{i-1}, X^*)$

тем не менее X^* можно заменить на ложное $X^* + P_n$, где P_n является точкой в подгруппе порядка h на эллиптической кривой, кофактором, который, если злоумышленник (после ряда попыток) найдёт все c_i , умножается на h , и в этом случае: $c_i (X^* + P_n) = c_i X^* + c_i P_n = c_i X^*$

поскольку любая точка, умноженная на порядок своей подгруппы, даёт ноль. К счастью, $l(X^* + P_n) \neq 0$, так как будучи простым числом l не может быть умножена на h

MLSAG (многоуровневая связываемая подпись SAG)

- MLSAG представляет собой стек из множества bLSAG с имеющимися на каждом уровне запросами c_i (потому один отдельный вызов на каждом 3D уровне является обязательством на всех уровнях); даже несмотря на то, что это не является требованием схемы, в случае с Монего значение индекса фактического подписанта (π) должно быть случайным, но использование при этом на всех уровнях, что обеспечит возможность кластеризации между уровнями для злоумышленника, что позволит составить обоснованное предположение о фактических ключах: вот почему в случае с транзакциями со множеством входов (где можно достичь максимальной экономии) лучше избегать использования всего одной подписи MLSAG

CLSAG (сжатая связываемая подпись SAG)

- Данная схема в настоящее время используется Монего. Это bLSAG с «псевдо ключами» w_i и w_π , полученными путём накопления ключей на различных уровнях MLSAG. Она обеспечивает обратную связываемость (что подразумевает создание обычного образа ключа) только для $X_{\pi,1}$; W^* сама по себе не исключает возможности двойной траты, но строится на основе фактических артефактов $X_{i,1}^*$ и $X_{i,1}$ (вот почему они используются в алгоритме верификации).

Примечания

В основе данной шпаргалки лежат материалы, взятые из работы Отулия и Монего: Второе издание (особенно главы 2) и упомянутые источники; система обозначений отличается совсем немного и имеет лишь «минимальные» исключения, чтобы сфокусировать внимание на последовательном представлении ключевых свойств колец (например, отсутствуют префиксы ключей и доменное разделение хешей).

Перевод данной шпаргалки выполнил [udocan47](https://t.me/udocan47)

Унаследованная базовая подпись с ключами EC



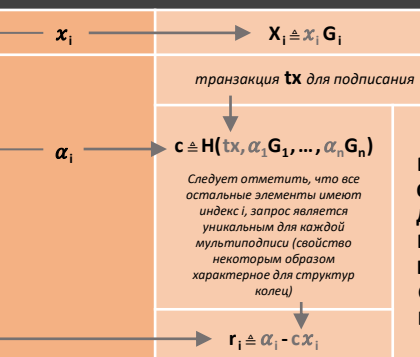
Неитеративная подпись Шнорра (Фиат-Шамира)



ПОДПИСЬ

$$f(X, tx, c, r) \begin{cases} \alpha G \text{ если подпись в порядке} \\ H(tx, rG + cX) \stackrel{?}{=} c \end{cases}$$

Множественные ключи (и основы) n.i. Шнорра (i=1,...,n)



ПОДПИСЬ

$$f(X_i, tx, c, r_i) \begin{cases} \text{обязательство, создаваемое одновременно n подписей} \\ H(tx, r_1 G_1 + c X_1, \dots, r_n G_n + c X_n) \stackrel{?}{=} c \end{cases}$$

«Волшебство» колец состоит в нахождении особенностей предшествующих схем с ложными выходами с сохранением всего одного ФАКТИЧЕСКОГО подписанта (с технической точки зрения необходимо наличие множества X_i в алгоритме подписания); и всё должно происходить без согласования действий между владельцами ключей.